



# BAB 4 INDEKS, SURD DAN LOGARITMA BAHAGIAN 1

Matematik Tambahan Tingkatan 4 KSSM  
Oleh Cikgu Norazila Binti Khalid  
Smk Ulu Tiram, Johor

# HUKUM INDEKS



### Contoh 1

Permudahkan ungkapan algebra yang berikut.

(a)  $\frac{4^{2n} \times 4^m}{4^n}$

(c)  $(5x^{-1})^3 \times 4xy^2 \div (xy)^{-4}$

(b)  $\frac{3^{m+2} - 3^m}{3^m}$

(d)  $4a^3b^2 \times (4ab^3)^{-4}$

### Penyelesaian

(a)  $\frac{4^{2n} \times 4^m}{4^n} = 4^{2n+m-n}$   
 $= 4^{n+m}$

(c)  $(5x^{-1})^3 \times 4xy^2 \div (xy)^{-4}$   
 $= \frac{(5x^{-1})^3 \times 4xy^2}{(xy)^{-4}}$   
 $= 5^3x^{-3} \times 4xy^2 \times (xy)^4$   
 $= 125 \times 4 \times x^{-3+1+4} \times y^{2+4}$   
 $= 500x^2y^6$

(b)  $\frac{3^{m+2} - 3^m}{3^m} = \frac{3^m \times 3^2 - 3^m}{3^m}$   
 $= \frac{3^m(3^2 - 1)}{3^m}$   
 $= 8$

(d)  $4a^3b^2 \times (4ab^3)^{-4}$   
 $= 4a^3b^2 \times \frac{1}{(4ab^3)^4}$   
 $= \frac{4a^3b^2}{256a^4b^{12}}$   
 $= \frac{1}{64ab^{10}}$

## Contoh 2

Permudahkan ungkapan algebra yang berikut.

(a)  $a^{-\frac{1}{3}} \times 2a^{\frac{-1}{2}}$

(c)  $\sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[2]{a^{-3}}$

(b)  $\frac{2a^{-2}}{a^{-\frac{3}{2}}}$

(d)  $a^{-\frac{1}{2}} (a^{\frac{3}{2}} + 2a^{\frac{1}{2}} - 3a^{-\frac{1}{2}})$



## Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad a^{-\frac{1}{3}} \times 2a^{-\frac{1}{2}} &= 2 \times a^{-\frac{1}{3}} \times a^{-\frac{1}{2}} \\ &= 2a^{-\frac{1}{3} + (-\frac{1}{2})} \\ &= 2a^{-\frac{5}{6}} \\ &= \frac{2}{a^{\frac{5}{6}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \frac{2a^{-2}}{a^{-\frac{3}{2}}} &= 2a^{-2} \div a^{-\frac{3}{2}} \\ &= 2a^{-2 - (-\frac{3}{2})} \\ &= 2a^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2}{a^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad \sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[2]{a^{-3}} &= a^{\frac{2}{3}} \times a^{-\frac{3}{2}} \\ &= a^{\frac{2}{3} + (-\frac{3}{2})} \\ &= a^{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}} \\ &= a^{-\frac{5}{6}} \\ &= \frac{1}{a^{\frac{5}{6}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad a^{-\frac{1}{2}}(a^{\frac{3}{2}} + 2a^{\frac{1}{2}} - 3a^{-\frac{1}{2}}) \\ &= a^{-\frac{1}{2}} \times a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} \times 2a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} \times 3a^{-\frac{1}{2}} \\ &= a^{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} + 2a^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} - 3a^{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} \\ &= a^1 + 2a^0 - 3a^{-1} \\ &= a + 2 - \frac{3}{a} \end{aligned}$$



### Contoh 3

Tunjukkan bahawa

$$(a) 7^{2x-1} = \frac{49^x}{7}$$

(b)  $3^{x+4} + 3^{x+5} + 3^x$  boleh dibahagi tepat dengan 25 bagi semua integer positif  $x$ .

### Penyelesaian

$$(a) 7^{2x-1} = \frac{7^{2x}}{7}$$
$$= \frac{49^x}{7}$$

$$(b) 3^{x+4} + 3^{x+5} + 3^x = 3^x(3^4) + 3^x(3^5) + 3^x$$
$$= 3^x(81 + 243 + 1)$$
$$= 3^x(325)$$

Oleh sebab 325 ialah gandaan bagi 25, maka  $3^{x+4} + 3^{x+5} + 3^x$  boleh dibahagi tepat dengan 25 bagi semua integer positif  $x$ .

### Latih Diri 4.1

1. Permudahkan ungkapan algebra yang berikut.

(a)  $\frac{5^{3x} \times 5^x}{5^{-x}}$

(b)  $\frac{7^{b-2} - 7^b}{7^{b+3}}$

(c)  $\frac{9^{a-3} + 9^{a+4}}{81}$

(d)  $c^4 d^3 \times c^3 d^5$

(e)  $(xy^2)^3 \times x^3 y^5$

(f)  $(7x^{-1})^2 \times (49^{-2}xy)^3$

(g)  $(3x^2y)^3 \times (x^3)^4 \div x^{16}y^2$

(h)  $(p^2q^{-1})^5 \times q^8$

(i)  $(pq^5)^4 \times p^3$

(j)  $(49^{-2}xy)^3 \div (7xy)^{-2}$

(k)  $20x^{-7}y^2 \div 4x^3y^{-4}$

(l)  $6a^7b^{-2} \div 36a^3b^{-4}$

2. Permudahkan ungkapan algebra yang berikut.

(a)  $a^{\frac{1}{3}} \times 2a^{-\frac{1}{2}}$

(b)  $\frac{4a^3}{a^{-\frac{3}{5}}}$

(c)  $\sqrt[5]{a^7} \times \sqrt[4]{a^{-9}}$

(d)  $a^{-\frac{3}{2}} \left( a^{\frac{1}{2}} + 3a^{-\frac{3}{2}} - 3a^{-\frac{5}{2}} \right)$

3. Tunjukkan bahawa

(a)  $4^{3a-2} = \frac{64^a}{16}$

(b)  $9^{2a+2} = 81(81^a)$

(c)  $7^{3a-4} = \frac{343^a}{2401}$

4. Tunjukkan bahawa  $4^{x+2} + 4^{x+1} + 4^x$  boleh dibahagi tepat dengan 7 bagi semua integer positif  $x$ .

Jika  $a^m = a^n$ , maka  $m = n$  atau jika  $a^m = b^m$ , maka  $a = b$  apabila  $a > 0$  dan  $a \neq 1$ .

## MENYELESAIKAN MASALAH YANG MELIBATKAN INDEKS

### Contoh 4

Selesaikan setiap persamaan berikut.

(a)  $32^x = \frac{1}{8^{x-1}}$

(b)  $a^5 = 243$

(c)  $27(81^{3x}) = 1$

### Penyelesaian

(a)  $32^x = \frac{1}{8^{x-1}}$

$2^{5x} = 2^{-3(x-1)}$  ← Ungkapkan kedua-dua belah persamaan dalam asas yang sama

$5x = -3x + 3$  ← Bandingkan indeks

$8x = 3$

$x = \frac{3}{8}$



$$(b) a^5 = 243$$

$$= 3^5 \leftarrow \text{Ungkapkan dalam bentuk indeks}$$

$$a = 3 \leftarrow \text{Bandingkan asas}$$

$$(c) 27(81^{3x}) = 1$$

$$3^3(3^4)^{3x} = 3^0 \leftarrow 3^0 = 1$$

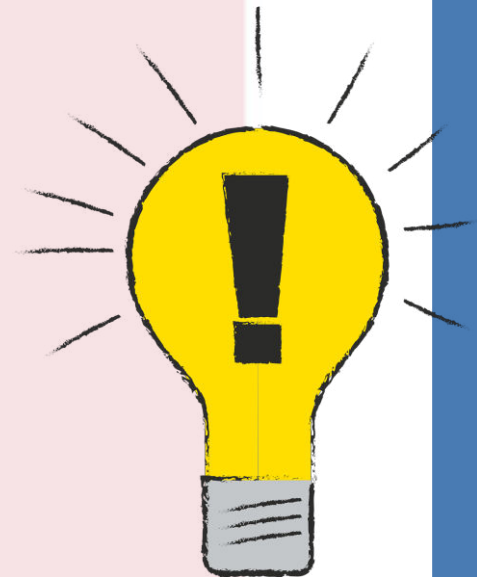
$$3^{3+12x} = 3^0 \leftarrow a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$3 + 12x = 0$$

$$12x = -3$$

$$x = -\frac{3}{12}$$

$$= -\frac{1}{4}$$



## Contoh 5

### APLIKASI MATEMATIK

Husna mempunyai wang sebanyak RM1 000 000. Dia melaburkan wang itu dalam sebuah institusi pelaburan yang menawarkan pulangan sebanyak 6% setahun. Jumlah pelaburan Husna selepas  $n$  tahun dihitung menggunakan persamaan  $J = p(1 + k)^n$  dengan  $p$  sebagai pelaburan awal tahun dan  $k$  sebagai kadar pulangan setahun. Cari jumlah pelaburan Husna selepas 20 tahun.



## Penyelesaian

### 1. Memahami masalah

- ◆ Pelaburan awal,  $p$  ialah RM1 000 000
- ◆ Kadar pulangan,  $k$  ialah 6% setahun
- ◆ Rumus pelaburan,  $J = p(1 + k)^n$
- ◆  $n = 20$
- ◆ Cari jumlah pelaburan selepas 20 tahun

### 2. Merancang strategi

Gantikan nilai  $k$ ,  $p$  dan  $n$  ke dalam rumus pelaburan.

### 3. Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} J &= p(1 + k)^n \\ &= 1\,000\,000 \left(1 + \frac{6}{100}\right)^{20} \\ &= 1\,000\,000(1 + 0.06)^{20} \\ &= 1\,000\,000(3.207135) \\ &= 3\,207\,135 \end{aligned}$$

Maka, jumlah pelaburan Husna ialah RM3 207 135.

### 4. Membuat refleksi

Apabila  $J = 3\,207\,135$  dan  $k = 0.06$ , maka

$$3\,207\,135 = 1\,000\,000(1 + 0.06)^n$$

$$3.207135 = (1.06)^n$$

$$n = 20$$

Maka,  $n = 20$  tahun.



## Latih Diri 4.2

1. Selesaikan persamaan berikut.

(a)  $4^{x-1} = 8^{x+3}$

(b)  $3^{x+3} - 3^{x+2} = 2$

(c)  $8^{x-3} = \frac{4^{2x}}{64}$

2. Sebiji bola dilepaskan pada suatu ketinggian  $h$  cm dari permukaan bumi. Bola itu akan melantun 90% daripada ketinggian asalnya apabila bola menghentam permukaan bumi. Ketinggian bola itu selepas  $l$  kali lantunan diberi oleh rumus  $h = 10 \times (0.9)^l$ . Cari ketinggian bola, dalam cm,

(a) ketika bola itu dilepaskan,

(b) selepas 10 kali lantunan.

## Latihan Intensif 4.1

Imbas kod QR atau layari [bit.ly/2OAOYZi](https://bit.ly/2OAOYZi) untuk kuiz



1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a)  $\frac{y^3(3zx)^2}{9x^3}$

(b)  $\frac{z^4yx^2}{zxy^2}$

(c)  $[(xy)^5 \times 2xy^3]^2$

(d)  $(ef^2)^3 \div (e^{-2}f^2)$

(e)  $4.2x^4y^{14} \div 0.6x^9y^5$

(f)  $(7x^{-1})^2 \times (49^{-2}xy)^3 \div (7xy)^{-2}$

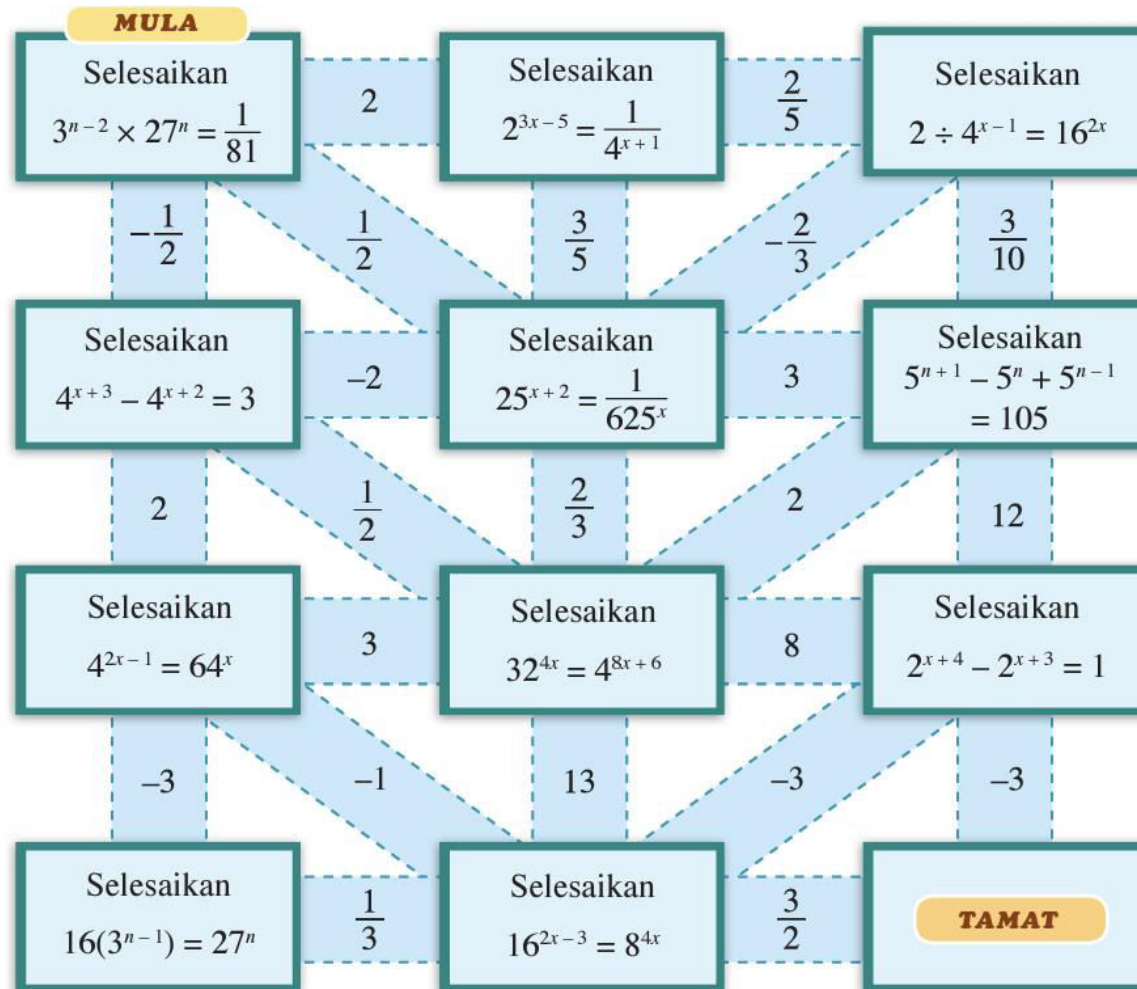
2. Jika  $2^{x-2} = 2(16)$ , cari nilai  $x$ .

3. Selesaikan  $25^x - 5^{3x-4} = 0$ .

4. Selesaikan  $4(2^{m+1}) - 16^m = 0$ .



5. Cari jalan hingga ke petak TAMAT dengan memilih jawapan yang betul.



6. Dalam satu kajian, sejenis bakteria akan menggandakan bilangannya dalam masa satu minit. Bilangan bakteria pada permulaan kajian ialah 300. Bilangan bakteria selepas  $t$  minit diberi oleh  $300(3^t)$ .
- (a) Cari bilangan bakteria selepas 9 minit.
- (b) Cari masa,  $t$ , dalam minit untuk bilangan bakteria itu menjadi 72 900.
7. Populasi negara  $M$  boleh dianggarkan menggunakan model pertumbuhan,  $P = A\left(1 + \frac{k}{100}\right)^t$  dengan  $P$  ialah populasi yang dijangkakan,  $A$  ialah populasi tahun 2017,  $k$  ialah kadar pertumbuhan dan  $t$  ialah bilangan tahun selepas tahun 2017. Populasi negara tersebut pada tahun 2017 ialah kira-kira 30 juta. Andaikan populasi ini bertambah pada kadar 3% setiap tahun, anggarkan populasi negara tersebut pada tahun 2050.
8. Encik Prakesh melaburkan wangnya sebanyak RM20 000 di sebuah bank dengan kadar faedah sebanyak 10% setahun. Jumlah pelaburan Encik Prakesh selepas  $t$  tahun boleh ditentukan dengan menggunakan rumus  $P = f(1 + r)^t$  dengan  $f$  sebagai nilai pelaburan awal dan  $r$  sebagai kadar pulangan setahun. Cari jumlah pelaburan Encik Prakesh selepas 10 tahun.

# HUKUM SURD



- (a) Nombor perpuluhan yang boleh ditukar kepada pecahan ialah **nombor nisbah**.
- (b) Nombor perpuluhan yang tidak boleh ditukar kepada pecahan ialah **nombor tak nisbah**.
- (c) Nombor dengan simbol radikal, jika nilainya ialah integer atau perpuluhan berulang adalah **bukan surd**.

MEMBANDING BEZA NOMBOR NISBAH DAN NOMBOR  
TAK NISBAH SERTA MENGHUBUNGKAITKAN SURD  
DENGAN NOMBOR TAK NISBAH

Nombor	Nombor yang dipermudah	Nombor dalam perpuluhan	Surd atau bukan surd
$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1.7320508...	Surd
$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\frac{1}{2}$	0.5	Bukan surd
$\sqrt[3]{11}$	$\sqrt[3]{11}$	2.2239800...	Surd
$\sqrt[3]{27}$	3	3	Bukan surd
$\sqrt[5]{3}$	$\sqrt[5]{3}$	1.2457309...	Surd

**MEMBANDING BEZA  
NOMBOR NISBAH  
DAN NOMBOR TAK  
NISBAH SERTA  
MENGHUBUNGKAITKAN  
SURD DENGAN  
NOMBOR TAK  
NISBAH**

## Contoh 6

Tukarkan perpuluhan berulang yang berikut kepada pecahan.

(a)  $0.676767\dots$

(b)  $12.645645645\dots$

## Penyelesaian

(a) Katakan,

$$N = 0.676767\dots \quad \dots \textcircled{1}$$

$$100N = 67.6767\dots \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}: 99N = 67$$

$$N = \frac{67}{99}$$

$$\text{Maka, } 0.676767\dots = \frac{67}{99}.$$

Darabkan dengan integer yang sesuai supaya bahagian perpuluhan berulang dapat dihapuskan

(b) Katakan,

$$A = 12.645645645\dots$$

$$A = 12 + N$$

Anggap,  $N = 0.645645645\dots$  ... ①

$$1000N = 645.645645\dots$$
 ... ②

$$\text{②} - \text{①}: 999N = 645$$

$$N = \frac{645}{999}$$

$$= \frac{215}{333}$$

$$A = 12 + \frac{215}{333}$$

Maka,  $12.645645645\dots = 12\frac{215}{333}$ .



### Contoh 7

Tentukan sama ada yang berikut adalah surd atau bukan. Beri alasan anda.

(a)  $\sqrt[3]{125}$

(b)  $\sqrt[5]{125}$

(c)  $\sqrt[4]{\frac{16}{64}}$

### Penyelesaian

Gunakan kalkulator saintifik untuk mendapatkan nilai.

(a)  $\sqrt[3]{125} = 125^{\frac{1}{3}}$   
 $= 5$

$\sqrt[3]{125}$  bukan surd kerana nilainya ialah integer.

(b)  $\sqrt[5]{125} = 2.6265278$

$\sqrt[5]{125}$  ialah surd kerana menghasilkan perpuluhan tidak berulang.

(c)  $\sqrt[4]{\frac{16}{64}} = 0.7071067\dots$

$\sqrt[4]{\frac{16}{64}}$  ialah surd kerana menghasilkan perpuluhan tidak berulang.



## Contoh 8

Adakah  $\sqrt{4} = 2\sqrt{4}$ ? Jelaskan.

## Penyelesaian

$$\begin{aligned}\sqrt{4} &= 4^{\frac{1}{2}} \\ &= 2\end{aligned}$$

,

$$\begin{aligned}2\sqrt{4} &= 2 \times 4^{\frac{1}{2}} \\ &= 2 \times 2 \\ &= 4\end{aligned}$$

Oleh sebab  $2 \neq 4$ , maka  $\sqrt{4} \neq 2\sqrt{4}$ . Secara amnya,  $\sqrt[n]{a} \neq n\sqrt{a}$ .



### Latih Diri 4.3

1. Tukarkan perpuluhan berulang berikut kepada pecahan.

(a)  $0.787878\dots$

(b)  $3.57575757\dots$

(c)  $0.345345345\dots$

(d)  $13.567567567\dots$

2. Tentukan sama ada yang berikut adalah surd atau bukan. Beri alasan anda.

(a)  $\sqrt[3]{127}$

(b)  $\sqrt[4]{1\ 125}$

(c)  $\sqrt[6]{\frac{64}{729}}$

(d)  $\sqrt[7]{\frac{79}{897}}$



Untuk  $a > 0$  dan  $b > 0$ ,

$$(a) \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (\text{Hukum 1})$$

$$(b) \sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (\text{Hukum 2})$$

### Contoh 9

Tulis yang berikut sebagai surd tunggal.

(a)  $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$

(c)  $\sqrt{3a} \times \sqrt{5a}$

(b)  $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}}$

(d)  $\frac{\sqrt{21a}}{\sqrt{7a}}$

### Penyelesaian

(a)  $\sqrt{2} \times \sqrt{7} = \sqrt{2 \times 7}$   
 $= \sqrt{14}$

(c)  $\sqrt{3a} \times \sqrt{5a} = \sqrt{3a \times 5a}$   
 $= \sqrt{15a^2}$   
 $= a\sqrt{15}$

(b)  $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{24}{8}}$   
 $= \sqrt{3}$

(d)  $\frac{\sqrt{21a}}{\sqrt{7a}} = \sqrt{\frac{21a}{7a}}$   
 $= \sqrt{3}$



## Latih Diri 4.4

1. Tulis setiap yang berikut sebagai surd tunggal.

(a)  $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$

(b)  $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

(c)  $\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

(d)  $\sqrt{5} \times \sqrt{6}$

(e)  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$

(f)  $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}$

(g)  $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$

(h)  $\frac{\sqrt{5} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$



### Contoh 10

Tulis  $\sqrt{18}$  dalam bentuk  $a\sqrt{b}$  dengan  $a$  dan  $b$  ialah integer dan  $a$  ialah nilai yang paling besar.

### Penyelesaian

$$\begin{aligned}\sqrt{18} &= \sqrt{9 \times 2} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

9 ialah nombor kuasa dua sempurna terbesar dan faktor bagi 18



## Latih Diri 4.5

1. Tandakan (✓) pada pernyataan yang betul.

$\sqrt{5}\sqrt{7}$ $= \sqrt{12}$	$3\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$ $= 6\sqrt{2}$	$\sqrt{260}$ $= 2\sqrt{65}$	$(\sqrt{16}\sqrt{36})^2$ $= 576$	$4\sqrt{7} \times 5\sqrt{7}$ $= 20\sqrt{21}$
$\frac{4\sqrt{8}}{2\sqrt{4}}$ $= 2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}$ $= \sqrt{15}$	$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$ $= 5$	$\frac{30\sqrt{27}}{6\sqrt{3}}$ $= 15$	$(\sqrt{81})^2$ $= 81$

2. Tulis yang berikut dalam bentuk  $a\sqrt{b}$  dengan  $a$  dan  $b$  ialah integer dan  $a$  ialah nilai yang paling besar.

(a)  $\sqrt{12}$

(b)  $\sqrt{27}$

(c)  $\sqrt{28}$

(d)  $\sqrt{32}$

(e)  $\sqrt{45}$

(f)  $\sqrt{48}$

(g)  $\sqrt{54}$

(h)  $\sqrt{108}$

### Contoh 11

Permudahkan ungkapan yang berikut.

(a)  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{6}$

(c)  $\sqrt{18} - \sqrt{8}$

(b)  $\sqrt{7}(6 - \sqrt{7})$

(d)  $(6 + 2\sqrt{2})(1 + 3\sqrt{2})$

### Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{6} &= \sqrt{2 \times 3} + \sqrt{6} \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad \sqrt{18} - \sqrt{8} &= \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{4 \times 2} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{2} - \sqrt{4} \times \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \\ &= (3 - 2)\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \sqrt{7}(6 - \sqrt{7}) &= 6\sqrt{7} - \sqrt{7} \times \sqrt{7} \\ &= 6\sqrt{7} - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad (6 + 2\sqrt{2})(1 + 3\sqrt{2}) &= 6(1) + 6(3\sqrt{2}) + 2\sqrt{2}(1) + (2\sqrt{2})(3\sqrt{2}) \\ &= 6 + 18\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 12 \\ &= 18 + 20\sqrt{2} \end{aligned}$$

## Contoh 12

Permudahkan setiap yang berikut dalam bentuk  $a\sqrt{b}$ .

(a)  $4\sqrt{27}$

(b)  $7\sqrt{243}$

(c)  $5\sqrt{75}$

## Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } 4\sqrt{27} &= 4\sqrt{9 \times 3} \\ &= 4(3)\sqrt{3} \\ &= 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } 7\sqrt{243} &= 7\sqrt{81 \times 3} \\ &= 7(9)\sqrt{3} \\ &= 63\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c) } 5\sqrt{75} &= 5\sqrt{25 \times 3} \\ &= 5(5)\sqrt{3} \\ &= 25\sqrt{3} \end{aligned}$$



### Contoh 13

Tentukan sama ada set ungkapan  $4\sqrt{12}$ ,  $5\sqrt{18}$  dan  $5\sqrt{6}$  adalah surd serupa atau surd tak serupa.

### Penyelesaian

$$\begin{aligned}4\sqrt{12} &= 4\sqrt{4 \times 3} \\ &= 4(2)\sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5\sqrt{18} &= 5\sqrt{9 \times 2} \\ &= 5(3)\sqrt{2} \\ &= 15\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5\sqrt{6} &= 5\sqrt{2 \times 3} \\ &= 5\sqrt{6}\end{aligned}$$

Ketiga-tiga ungkapan tidak mempunyai faktor nombor tak nisbah yang sama. Maka, ketiga-tiga ungkapan tersebut adalah surd tak serupa.



## Latih Diri 4.6

1. Permudahkan ungkapan yang melibatkan surd berikut.

(a)  $3\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$

(b)  $7\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$

(c)  $7\sqrt{7} - 5\sqrt{7}$

(d)  $\sqrt{6}(3\sqrt{6} - 5\sqrt{6})$

(e)  $\sqrt{5}(4 + 5\sqrt{5})$

(f)  $\sqrt{7}(3 - 5\sqrt{7})$

(g)  $(4 + 5\sqrt{3})(3 + 5\sqrt{3})$

(h)  $(7 - 5\sqrt{7})(3 + 5\sqrt{7})$

(i)  $(9 + 5\sqrt{4})(3 - 5\sqrt{4})$

2. Tentukan sama ada set ungkapan berikut adalah surd serupa atau surd tak serupa.

(a)  $5\sqrt{80}, 2\sqrt{58}, 9\sqrt{45}$

(b)  $3\sqrt{3}, 4\sqrt{12}, 5\sqrt{27}$

(c)  $2\sqrt{125}, 7\sqrt{5}, -7\sqrt{5}$

(d)  $2\sqrt{12}, 9\sqrt{24}, 8\sqrt{5}$

(e)  $3\sqrt{27}, -3\sqrt{27}, -\sqrt{3}$



- (a) Darabkan pengangka dan penyebut bagi  $\frac{1}{m\sqrt{a}}$  dengan surd konjugat  $m\sqrt{a}$  supaya surd dihapuskan daripada penyebutnya.
- (b) Darabkan pengangka dan penyebut bagi  $\frac{1}{m\sqrt{a} + n\sqrt{b}}$  dengan surd konjugat  $m\sqrt{a} - n\sqrt{b}$  supaya surd dihapuskan daripada penyebutnya.
- (c) Darabkan pengangka dan penyebut bagi  $\frac{1}{m\sqrt{a} - n\sqrt{b}}$  dengan surd konjugat  $m\sqrt{a} + n\sqrt{b}$  supaya surd dihapuskan daripada penyebutnya.

**MENISBAHKAN PENYEBUT BAGI  
UNGKAPAN YANG MELIBATKAN SURD**

## Contoh 14

Nisbahkan penyebut dan permudahkan setiap yang berikut.

(a)  $\frac{1}{5\sqrt{3}}$

(b)  $\frac{1}{7\sqrt{2} + 5\sqrt{3}}$

(c)  $\frac{1}{2\sqrt{3} - 5\sqrt{7}}$

## Penyelesaian

(a)  $\frac{1}{5\sqrt{3}} = \frac{1}{5\sqrt{3}} \times \frac{5\sqrt{3}}{5\sqrt{3}}$  ← Darabkan dengan surd konjugat

$$= \frac{5\sqrt{3}}{5 \times 5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$
$$= \frac{5\sqrt{3}}{75}$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{15}$$



$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad \frac{1}{7\sqrt{2} + 5\sqrt{3}} &= \frac{1}{7\sqrt{2} + 5\sqrt{3}} \times \frac{7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}}{7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}} \\
 &= \frac{7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}}{(7\sqrt{2} + 5\sqrt{3})(7\sqrt{2} - 5\sqrt{3})} \\
 &= \frac{7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}}{(7\sqrt{2})^2 - (5\sqrt{3})^2} \\
 &= \frac{7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}}{23}
 \end{aligned}$$

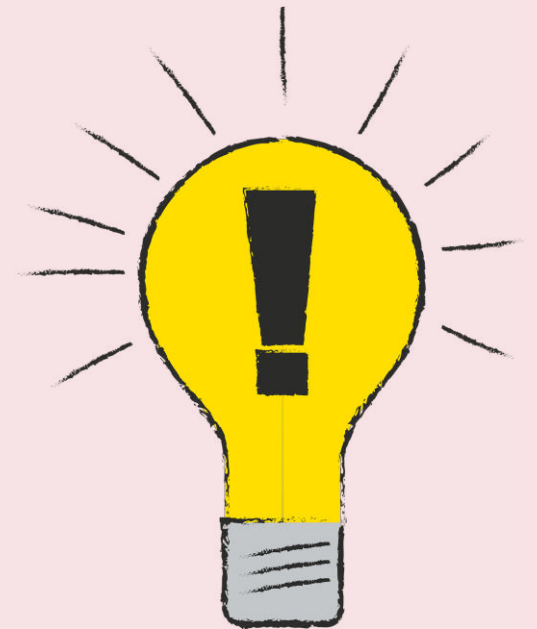
Darabkan dengan surd konjugat

TIME FOR ANSWERS



$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad \frac{1}{2\sqrt{3} - 5\sqrt{7}} &= \frac{1}{2\sqrt{3} - 5\sqrt{7}} \times \frac{2\sqrt{3} + 5\sqrt{7}}{2\sqrt{3} + 5\sqrt{7}} \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 5\sqrt{7}}{(2\sqrt{3} - 5\sqrt{7})(2\sqrt{3} + 5\sqrt{7})} \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 5\sqrt{7}}{(2\sqrt{3})^2 - (5\sqrt{7})^2} \\ &= -\frac{2\sqrt{3} + 5\sqrt{7}}{163} \end{aligned}$$

Darabkan dengan  
surd konjugat



### Contoh 15

Nisbahkan penyebut dan permudahkan  $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$ .

### Penyelesaian

$$\begin{aligned}\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} &= \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \times \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \leftarrow \text{Darabkan dengan surd konjugat} \\ &= \frac{1 + 3 + \sqrt{3} + \sqrt{3}}{1 - 3} \\ &= \frac{4 + 2\sqrt{3}}{-2} \\ &= -2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

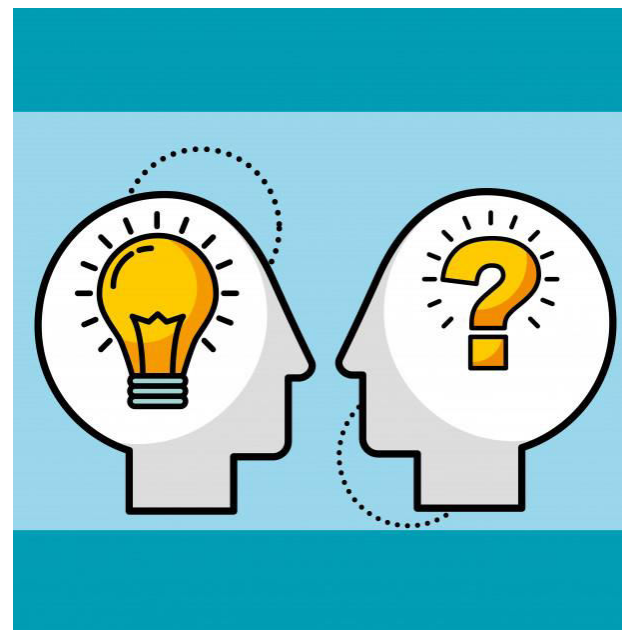


### Contoh 16

Tuliskan  $\frac{5 + \sqrt{7}}{1 + \sqrt{3}} + \frac{4 - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{3}}$  sebagai pecahan tunggal.

### Penyelesaian

$$\begin{aligned}\frac{5 + \sqrt{7}}{1 + \sqrt{3}} + \frac{4 - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{3}} &= \left( \frac{5 + \sqrt{7}}{1 + \sqrt{3}} \times \frac{1 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \right) + \left( \frac{4 - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{3}} \times \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \right) \\ &= \frac{5 - 5\sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{21} + 4 + 4\sqrt{3} - \sqrt{7} - \sqrt{21}}{(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})} \\ &= \frac{9 - \sqrt{3} - 2\sqrt{21}}{1 - 3} \\ &= \frac{-9 + \sqrt{3} + 2\sqrt{21}}{2}\end{aligned}$$





### Latih Diri 4.7

1. Nisbahkan penyebut dan permudahkan setiap yang berikut.

(a)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(b)  $\frac{7}{\sqrt{2}}$

(c)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

(d)  $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{12}}$

(e)  $\frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{12}}$

(f)  $\frac{3 + \sqrt{2}}{5 - \sqrt{5}}$

(g)  $\frac{6 - \sqrt{3}}{9 - \sqrt{12}}$

(h)  $\frac{3 + \sqrt{2}}{5 - \sqrt{2}} + \frac{4 - \sqrt{3}}{7 + \sqrt{3}}$

(i)  $\frac{7 - \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}} - \frac{6 + \sqrt{3}}{6 - \sqrt{3}}$



### Contoh 17

#### APLIKASI MATEMATIK

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah rumah berbentuk piramid. Bahagian hadapan rumah itu yang berbentuk segi tiga mempunyai keluasan  $(20\sqrt{3} - 4) \text{ m}^2$  dengan panjang tapaknya ialah  $(4 + 4\sqrt{3}) \text{ m}$ . Cari tinggi bahagian hadapan rumah yang berbentuk segi tiga itu dalam bentuk  $(a + b\sqrt{3})$ , dengan  $a$  dan  $b$  ialah nombor nisbah.



## Penyelesaian

### 1. Memahami masalah

- ◆ Luas bahagian berbentuk segi tiga  
 $= (20\sqrt{3} - 4) \text{ m}^2$
- ◆ Panjang tapak segi tiga  $= (4 + 4\sqrt{3}) \text{ m}$
- ◆ Cari tinggi segi tiga dalam bentuk  $(a + b\sqrt{3})$

### 2. Merancang strategi

- ◆ Gunakan rumus luas segi tiga  
 $= \frac{1}{2} \times \text{tapak} \times \text{tinggi}$

### 3. Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \times (4 + 4\sqrt{3}) \times t &= 20\sqrt{3} - 4 \\ (2 + 2\sqrt{3})t &= 20\sqrt{3} - 4 \\ t &= \frac{20\sqrt{3} - 4}{2 + 2\sqrt{3}} \\ &= \frac{20\sqrt{3} - 4}{2 + 2\sqrt{3}} \times \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2 - 2\sqrt{3}} \\ &= \frac{40\sqrt{3} - 120 - 8 + 8\sqrt{3}}{-8} \\ &= \frac{-128 + 48\sqrt{3}}{-8} \\ &= 16 - 6\sqrt{3}\end{aligned}$$

Tinggi bahagian rumah berbentuk segi tiga ialah  $(16 - 6\sqrt{3}) \text{ m}$ .



#### 4. Membuat refleksi

$$\begin{aligned}\text{Luas segi tiga} &= \frac{1}{2} \times (4 + 4\sqrt{3}) \times (16 - 6\sqrt{3}) \\ &= (2 + 2\sqrt{3})(16 - 6\sqrt{3}) \\ &= 32 - 12\sqrt{3} + 32\sqrt{3} - 36 \\ &= (20\sqrt{3} - 4) \text{ m}^2\end{aligned}$$

### Contoh 18

Selesaikan  $x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$ .

### Penyelesaian

$$x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$$

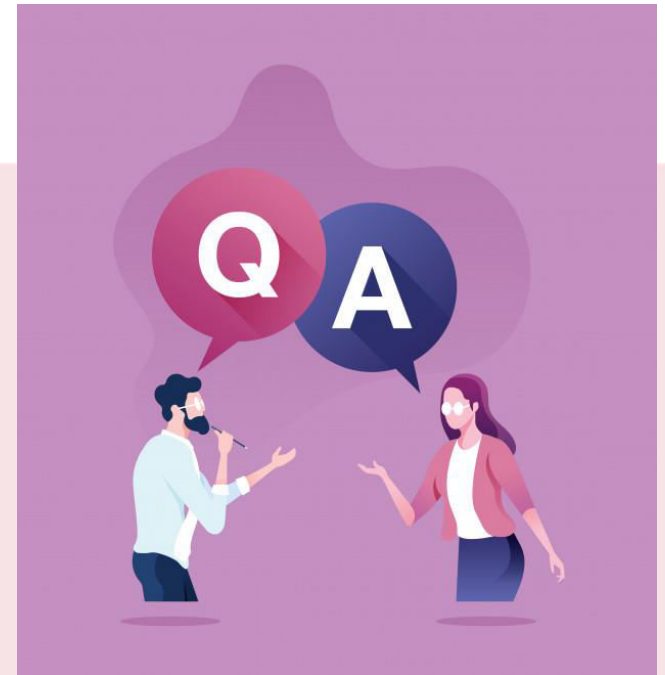
$$(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 1) = 0 \leftarrow \text{Faktorkan}$$

$$\sqrt{x} - 3 = 0 \quad \text{atau} \quad \sqrt{x} - 1 = 0$$

$$\sqrt{x} = 3 \qquad \qquad \qquad \sqrt{x} = 1$$

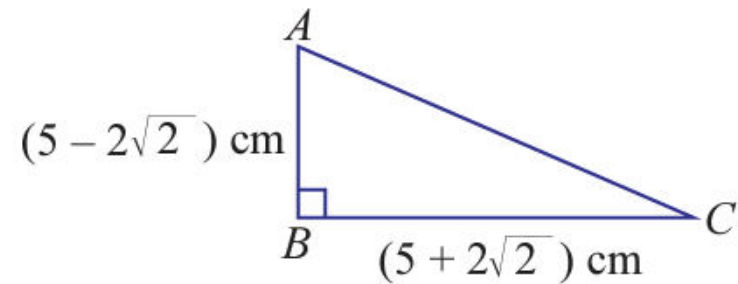
$$(\sqrt{x})^2 = 3^2 \qquad \qquad \qquad (\sqrt{x})^2 = 1^2$$

$$x = 9 \qquad \qquad \qquad x = 1$$



### Latih Diri 4.8

1. Sebuah segi tiga  $ABC$  mempunyai sudut  $ABC = 60^\circ$ ,  $AB = 3\sqrt{3}$  cm dan  $BC = 4\sqrt{3}$  cm. Cari panjang  $AC$ .
2. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi tiga bersudut tegak  $ABC$ .
  - (a) Cari luas segi tiga  $ABC$ .
  - (b) Cari panjang  $AC$ .



3. Selesaikan persamaan  $2 + 3\sqrt{y} = 6\sqrt{3} + 5$ . Tulis jawapan anda dalam bentuk  $a + b\sqrt{3}$ , dengan  $a$  dan  $b$  ialah nombor nisbah.
4. Selesaikan persamaan yang berikut.
  - (a)  $\sqrt{2 - 7x} + 2x = 0$
  - (b)  $\sqrt{2x + 1} + \sqrt{2x - 1} = 2$
  - (c)  $\sqrt{4x + 3} - \sqrt{4x - 1} = 2$

## Latihan Intensif 4.2

Imbas kod QR atau layari [bit.ly/2GSsZST](https://bit.ly/2GSsZST) untuk kuiz



1. Tuliskan yang berikut sebagai surd tunggal.

(a)  $\sqrt{5} \times \sqrt{11}$

(b)  $\sqrt{7} \times \sqrt{10}$

(c)  $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{18}}$

(d)  $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{8}}$

2. Tuliskan yang berikut dalam bentuk  $a\sqrt{b}$ , dengan  $a$  dan  $b$  ialah integer dan  $a$  ialah nilai yang paling besar.

(a)  $\sqrt{24}$

(b)  $\sqrt{162}$

(c)  $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{3}}$

(d)  $\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2$

### 3. Permudahkan.

$$(a) 3\sqrt{10} + 5\sqrt{10}$$

$$(d) 2\sqrt{45} + \sqrt{20}$$

$$(g) 3\sqrt{15} \times 7\sqrt{5}$$

$$(j) \sqrt{7}(3 + 7\sqrt{7})$$

$$(m) (7 + 5\sqrt{7})(3 - 5\sqrt{7})$$

$$(p) \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{108}}$$

$$(b) 6\sqrt{11} - \sqrt{11}$$

$$(e) 3\sqrt{27} - \sqrt{72}$$

$$(h) \sqrt{72} \times 4\sqrt{15}$$

$$(k) \sqrt{5}(7 - 5\sqrt{5})$$

$$(n) (7 - 5\sqrt{5})(3 - 5\sqrt{5})$$

$$(q) \frac{\sqrt{88}}{2\sqrt{11}}$$

$$(c) 13\sqrt{13} - 2\sqrt{13}$$

$$(f) \sqrt{18} + \sqrt{27}$$

$$(i) \sqrt{4}(2\sqrt{3}) - 5\sqrt{3}$$

$$(l) (3 + 3\sqrt{7})(3 + 5\sqrt{7})$$

$$(o) \frac{\sqrt{112}}{\sqrt{7}}$$

$$(r) \frac{9\sqrt{20}}{3\sqrt{5}}$$

4. Diberi  $A = 3\sqrt{5} + 7\sqrt{3}$ ,  $B = 2\sqrt{5} - 7\sqrt{7}$  dan  $C = 2\sqrt{3} - 9\sqrt{8}$ . Permudahkan

(a)  $A + B$

(b)  $A - C$

(c)  $3A + 2B$

(d)  $3A + B - 2C$

5. Nisbahkan penyebut dan permudahkan ungkapan yang berikut.

(a)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(b)  $\frac{4}{3 - \sqrt{5}}$

(c)  $\frac{4}{3 - 3\sqrt{5}}$

(d)  $\frac{5}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

(e)  $\frac{4 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$

(f)  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{7}}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$

6. Tuliskan yang berikut sebagai pecahan tunggal.

(a)  $\frac{1}{1 + \sqrt{3}} + \frac{1}{1 - \sqrt{3}}$

(b)  $\frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$

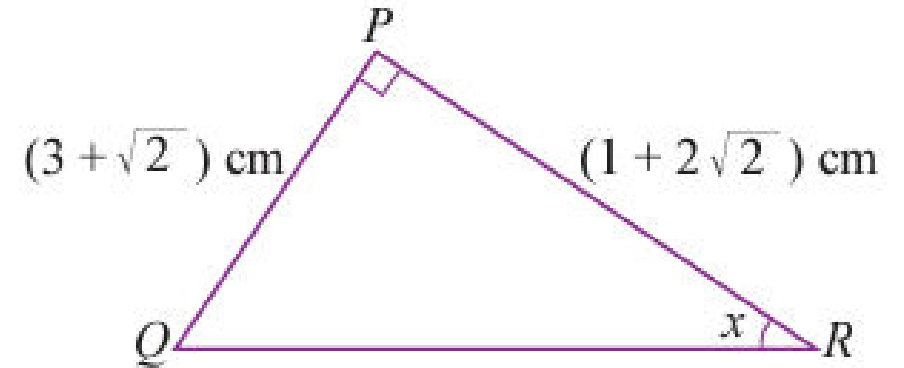
(c)  $\frac{2}{4 - \sqrt{3}} + \frac{1}{4 + \sqrt{3}}$

7. Luas sebuah segi empat ialah  $(8 + \sqrt{10}) \text{ cm}^2$ . Satu daripada sisinya mempunyai panjang  $(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \text{ cm}$ . Cari panjang sisi yang satu lagi dalam bentuk  $a\sqrt{5} + b\sqrt{2}$ .

8. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi tiga bersudut tegak  $PQR$ .

(a) Cari nilai bagi  $\tan x$ . Tulis jawapan anda dalam bentuk  $\frac{a + b\sqrt{2}}{c}$ , dengan  $a$ ,  $b$  dan  $c$  ialah integer.

(b) Cari luas segi tiga  $PQR$ . Tulis jawapan anda dalam bentuk  $\frac{p + q\sqrt{2}}{r}$ , dengan  $p$ ,  $q$  dan  $r$  ialah integer.



# BERSAMBUNG

